

CEVAPLI KİTAPÇIK

Soru	1	2	3	4	5	6	Toplam
Puan	20	16	18	16	15	15	100

6 açık uçlu / kısa cevaplı soru · 100 puan. Yanıtlarında istenen işlem, gerekçe ve kanıt göster.

Yazılı provasıdır. Okulunun seçtiği senaryoyu kontrol et.

1. İki üstel model · 20 puan

$f(x)=2^x$ ve $g(x)=(1/2)^x$ bütün gerçel sayılarda tanımlıdır.

Her fonksiyonun tanım ve görüntü kümesini, artma-azalma durumunu yazınız. $x=-1,0,1$ değerleriyle yorumunuzu destekleyiniz ve hiçbirinin neden 0 değerini almadığını belirtiniz.

Örnek yanıt

İkisinin tanımı $\mathbb{R}$, görüntüsü $(0, \infty)$. f için değerler $1/2, 1, 2$ ve artan; g için $2, 1, 1/2$ ve azalan. Pozitif tabanın gerçel kuvvetleri pozitiftir; 0'a yaklaşabilirler ama 0 olmazlar.

- Tabanın 1'den büyük ya da 0 ile 1 arasında olmasına bak.
- Üç kolay x değeriyle yönü kontrol et.

Dikkat: Yatay asimptot üzerindeki 0 değerini görüntü kümesine katmak.

2. Ondalık logaritma · 16 puan

Bir ölçümün bilimsel gösterimi $x=10^{-3}$ olarak verilmiştir. Bu soruda $\log_{10}$ tabanındaki logaritmadır.

$\log x$ değerini bulunuz. $\log 100000$ ile $\log 0,01$ 'i de hesaplayıp sonucun pozitif, sıfır veya negatif olmasını x 'in 1 ile ilişkisi üzerinden açıklayınız.

Örnek yanıt

$\log x = -3$, $\log 100000 = 5$, $\log 0,01 = -2$. 10 tabanı 1'den büyüktür; $x > 1$ ise $\log x > 0$, $x = 1$ ise $0, 0 < x < 1$ ise negatif olur.

- Sayıları 10'un kuvveti olarak yaz.
- Logaritmanın üssü verdiği kullan.

Dikkat: Negatif logaritma değeri ile negatif logaritma içini karıştırmak.

3. Denklemden tanım kontrolü · 18 puan

Gerçek sayılarda $\log_2(x-1) + \log_2(x+1) = 3$ denklemi veriliyor.

Önce tanım koşulunu yazınız. Denklemi çözünüz ve cebirsel olarak bulunan adayların hangilerinin geçerli olduğunu denetleyiniz.

Örnek yanıt

Tanım $x-1 > 0$ ve $x+1 > 0$, yani $x > 1$. $\log_2(x^2-1) = 3 \Rightarrow x^2-1 = 8 \Rightarrow x = \pm 3$. Koşulu yalnız 3 sağlar; çözüm kümesi $\{3\}$.

- Logaritma içlerini ayrı ayrı pozitif kıl.
- Çarpım kuralından sonra çıkan iki kökü başlangıç koşuluyla karşılaştır.

Dikkat: Çarpım pozitif diye iki logaritma içinin negatif olmasına izin vermek.

4. Dizi bir fonksiyondur · 16 puan

$a_n = 3n - 1$, $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ile bir sayı dizisi tanımlanıyor. Bir öğrenci $a_{(1/2)}$ değerini hesaplayıp dizinin ikinci terimi olduğunu söylüyor.

İlk üç terimi bulunuz. Dizinin tanım kümesini fonksiyon kavramıyla açıklayıp öğrencinin yorumunu değerlendiriniz.

Örnek yanıt

İlk terimler 2, 5, 8. Dizi, pozitif tam sayı indislerinden gerçek sayılara bir fonksiyondur. $1/2$ tanım kümesinde değildir; $a_{(1/2)}$ bu dizide terim değildir. İkinci terim $a_2 = 5$ 'tir.

- İndis olarak 1, 2, 3 yerleştir.
- Formülün cebirsel olarak başka sayılarda hesaplanabilmesiyle tanım kümesini ayır.

Dikkat: Genel terim formülüne her gerçek sayının indis olarak konabileceğini varsaymak.

5. İndirgeme bağıntısını izleme · 15 puan

$a_1 = 2$ ve $n \geq 1$ için $a_{n+1} = 2a_n + 1$ tanımlanıyor.

a_2 , a_3 ve a_4 'ü bulunuz. $a_n = 3 \cdot 2^{(n-1)} - 1$ ifadesinin ilk terimi ve verilen indirgeme bağıntısını sağladığını gösteriniz.

Örnek yanıt

$a_2 = 5$, $a_3 = 11$, $a_4 = 23$. $n=1$ için $3 \cdot 1 - 1 = 2$. $2[3 \cdot 2^{(n-1)} - 1] + 1 = 3 \cdot 2^n - 1$; bu a_{n+1} formülüdür.

- Önceki terimi bağıntıya sırayla yerleştir.
- Önerilen genel ifadeyi başlangıç ve geçiş koşullarında kontrol et.

Dikkat: Her terimde $a_1 = 2$ kullanıp $a_2 = a_3 = a_4 = 5$ sanmak.

6. Sabit artışlı sıra · 15 puan

Bir aritmetik dizide $a_3=11$ ve $a_8=31$ verilmiştir.

Ortak farkı, ilk terimi ve genel terimi bulunuz. Bulduğunuz kuralı verilen iki terimde kontrol ediniz.

Örnek yanıt

Beş adımda 20 artış olduğundan $d=(31-11)/5=4$. $a_1=11-2 \times 4=3$; $a_n=3+4(n-1)=4n-1$. $n=3$ için 11, $n=8$ için 31.

- İndis farkını terim farkıyla ilişkilendir.
- İlk terime geri gidip genel kuralı yaz.

Dikkat: Terim farkını $8-3$ yerine $8'e$ bölmek.