

CEVAPLI KİTAPÇIK

Soru	1	2	3	4	5	6	7	Toplam
Puan	12	15	15	15	15	15	13	100

7 açık uçlu / kısa cevaplı soru · 100 puan. Yanıtlarında istenen işlem, gerekçe ve kanıtı göster.

Yazılı provasıdır. Okulunun seçtiği senaryoyu kontrol et.

1. Üsten logaritmaya · 12 puan

Bir kültür modelinde hücre sayısı $N=200 \cdot 3^t$ bağıntısıyla veriliyor; t saat ve $t \geq 0$ dır.

Hücre sayısı 5400 olduğunda geçen süreyi önce üstel denklem, sonra logaritma eşitliğiyle ifade edip bulunuz. Logaritmanın bu problemde neyi temsil ettiğini açıklayınız.

Örnek yanıt

$200 \cdot 3^t = 5400, 3^t = 27; t = \log_3 27 = 3$ saat. Logaritma, 3 tabanının 27 sonucunu vermesi için gereken üssü ifade eder.

- Başlangıç katsayısı 200'ü ayır.
- $3^3 = 27$ bağıntısını kullan.

Dikkat: Başlangıçtaki 200 çarpanını logaritma dışında düşünmeden $\log_3 5400$ almak.

2. Çarpım mı toplam mı? · 15 puan

$a > 0, a \neq 1$ koşullarında $\log_a(25 \cdot 4)$ ifadesi inceleniyor.

Çarpım kuralını kullanarak ifadeyi açınız. $a=10$ için sayısal sonucunu bulunuz. “ $\log_a(u+v) = \log_a u + \log_a v$ ” iddiasını $u=v=1$ örneğiyle denetleyiniz.

Örnek yanıt

$\log_a(25 \cdot 4) = \log_a 25 + \log_a 4$. $a=10$ için $\log 100 = 2$. $u=v=1$ için sol $\log_a 2$, sağ $0+0=0$ olur; $\log_a 2 \neq 0$ çünkü $2 \neq 1$. Toplama kuralı iddiası yanlıştır.

- Geçerli kuralın çarpım içi için olduğunu kullan.
- Toplam iddiasını basit bir karşı örnekle sınayarak ayır.

Dikkat: Logaritmayı her toplama işlemi üzerine dağıtmak.

3. Yarılanan madde modeli · 15 puan

Bir maddenin miktarı her 6 saatte yarıya inmektedir. Başlangıç miktarı 80 gramdır; modelde başka ekleme veya kayıp mekanizması yoktur.

$t \geq 0$ için miktarı $M(t)$ ile modelleyiniz. Miktarın 10 gram olduğu zamanı bulunuz ve modelin uzun zamanda 0'a yaklaşmasıyla herhangi bir sonlu zamanda 0 olması arasındaki farkı açıklayınız.

Örnek yanıt

$M(t) = 80(1/2)^{t/6}$. $10/80 = 1/8 = (1/2)^3$ olduğundan $t/6 = 3$, $t = 18$ saat. Modelde miktar her sonlu t 'de pozitiftir; t büyüdükçe 0'a yaklaşır ama 0'a eşit olmaz.

- Her 6 saati bir yarılanma olarak say.
- Üstel modelin pozitifliğini uzun zaman davranışından ayır.

Dikkat: Üssü $t/6$ yerine 6 talarak yarılanma süresini ters yorumlamak.

4. Dizi bir fonksiyondur · 15 puan

$a_n = 3n - 1$, $n \in \{1, 2, 3, \dots\}$ ile bir sayı dizisi tanımlanıyor. Bir öğrenci $a_{1/2}$ değerini hesaplayıp dizinin ikinci terimi olduğunu söylüyor.

İlk üç terimi bulunuz. Dizinin tanım kümesini fonksiyon kavramıyla açıklayıp öğrencinin yorumunu değerlendiriniz.

Örnek yanıt

İlk terimler 2, 5, 8. Dizi, pozitif tam sayı indislerinden gerçek sayılara bir fonksiyondur. $1/2$ tanım kümesinde değildir; $a_{1/2}$ bu dizide terim değildir. İkinci terim $a_2 = 5$ 'tir.

- İndis olarak 1, 2, 3 yerleştir.
- Formülün cebirsel olarak başka sayılarda hesaplanabilmesiyle tanım kümesini ayır.

Dikkat: Genel terim formülüne her gerçek sayının indis olarak konabileceğini varsaymak.

5. Sabit artışlı sıra · 15 puan

Bir aritmetik dizide $a_3 = 11$ ve $a_8 = 31$ verilmiştir.

Ortak farkı, ilk terimi ve genel terimi bulunuz. Bulduğunuz kuralı verilen iki terimde kontrol ediniz.

Örnek yanıt

Beş adımda 20 artış olduğundan $d = (31 - 11)/5 = 4$. $a_1 = 11 - 2 \times 4 = 3$; $a_n = 3 + 4(n - 1) = 4n - 1$. $n = 3$ için 11, $n = 8$ için 31.

- İndis farkını terim farkıyla ilişkilendir.
- İlk terime geri gidip genel kuralı yaz.

Dikkat: Terim farkını $8 - 3$ yerine 8'e bölmek.

6. Sabit çarpanlı dizi · 15 puan

Bir geometrik dizinin ilk terimi 81 ve ortak çarpanı $1/3$ tür.

Genel terimi, dördüncü terimi ve ilk dört terimin toplamını bulunuz. Dizinin aritmetik olmadığını ilk üç terimin farklarıyla gösteriniz.

Örnek yanıt

$a_n = 81(1/3)^{(n-1)}$. Terimler 81, 27, 9, 3; $a_4 = 3$ ve toplam 120. İlk farklar -54 ve -18 eşit değildir; aritmetik değildir.

- Her adımda $1/3$ ile çarp.
- Toplamı ve ardışık farkları ayrı hesapla.

Dikkat: Genel terimde nüssü kullanarak ilk terimi 27 almak.

7. Tiyatro salonu · 13 puan

Bir tiyatro salonunun ilk sırasında 18 koltuk vardır. Her sonraki sırada öncekinden 2 koltuk fazladır; toplam 12 sıra vardır.

Son sıradaki koltuk sayısını ve salonun toplam kapasitesini bulunuz. İlk ve son sıra toplamalarını kullanarak toplam formülünün neden çalıştığını açıklayınız.

Örnek yanıt

Son sıra $18 + 11 \times 2 = 40$ koltuk. Toplam $12(18 + 40)/2 = 348$ koltuk. Birinci-sonuncu, ikinci-sondan ikinci gibi 6 çiftin her biri 58 koltuk içerir; $6 \times 58 = 348$.

- Aritmetik artışta 12. sıraya 11 adım olduğunu kullan.
- Sıraları simetrik çiftlere ayır.

Dikkat: 12. sıranın ilk sıradan 12 artış uzakta olduğunu düşünmek.