

Çözüm ve puanlama

12. sınıf matematik • 9 form • 81 ana soru • 100 puan / form

RUBRİK UYGULAMASI

Her sorunun belirtilen alt adımlarını ayrı puanlayın. Eşdeğer doğru yöntemleri kabul edin. Tek aritmetik hatanın ardından doğru yöntem sürdürüyse aynı hata için tekrar tekrar puan kesmeyin. Tanım koşulu zorunlu olan soruda, işlemler doğru olsa da koşul puanını ayrıca değerlendirin.

NE ÖLÇÜLÜYOR?

Soru 1: T1; soru 2: T2; soru 3: T3; sorular 4-6: T4; sorular 7-8: T5; soru 9: T6. Her formun puanları 10; 10; 10,10; 10; 10,12; 12; 16 olup toplam 100'dür. Karma ek sınav notuna eklenmez.

YANIT ÇEŞİTLİLİĞİ

Bağlam sorularında modeli aynı anlama gelen başka biçimde kurmak doğrudur. Birim, zaman alanı ve varsayım rubrikte istenmişse çözümde görünür olmalıdır. Denklik ve süre öngörüdür; gerçek öğrenci pilotu yapılmadı.

Öğrenci sürümündeki örnek çözümünden farklı bir doğru yol, yalnız cevap anahtarındaki sırayı izlemediği için reddedilmemelidir.

K1 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 1-3

Soru 1 • 10 puan • 12.1.1.1

Ardışık oranlar $600/200=1800/600=3$; $N(t)=200 \cdot 3^t$. Artış miktarları 400 ve 1200 olduğundan sabit değildir; model doğrusal değildir.

Puanlama: Oran 3: 3 p; $N(t)=200 \cdot 3^t$: 4 p; değişen farklarla gerekçe: 3 p.

Soru 2 • 10 puan • 12.1.2.1

$3^4=81$ olduğundan girdi 4; $\log_3 81=4$. Logaritma, belirtilen tabana uygulanacak üssü verir.

Puanlama: $3^4=81$: 4 p; $\log_3 81=4$: 4 p; ters işlem açıklaması: 2 p.

Soru 3 • 10 puan • 12.1.2.2

$\log 1000=3$ çünkü $10^3=1000$; $\ln(e^2)=2$ çünkü doğal logaritmanın tabanı e'dir.

Puanlama: İlk sonuç ve 10 tabanı: 5 p; ikinci sonuç ve e tabanı: 5 p.

K1 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 4-6

Soru 4 • 10 puan • 12.1.2.3

Toplam içeride toplama değil çarpmaya dönüşür. $\log_2(8 \cdot 4) = \log_2 32 = 5$. Aynı ayrı $3+2=5$ de bulunur.

Puanlama: Hatanın açıklaması: 3 p; çarpım yöntemi: 4 p; doğrudan hesap: 3 p.

Soru 5 • 10 puan • 12.1.2.3

$\log_5(125/5) = \log_5 25 = 2$. Aynı tabandaki logaritmaların farkı, pozitif argümanların bölümünün logaritmasıdır.

Puanlama: Bölümle birleştirme: 4 p; sonuç: 3 p; pozitiflik ve aynı taban: 3 p.

Soru 6 • 10 puan • 12.1.2.3

$P=2 \log_3 9=4$. Tek örnekte eşitlik genel kuralı kanıtlamaz. 9 yerine 3 için $\log_3(3^2)=2$; $(\log_3 3)^2=1$. Öneri yanlıştır.

Puanlama: Üs kuralı: 4 p; tek örnek uyarısı: 2 p; karşı örnek: 4 p.

K1 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 7–9

Soru 7 • 12 puan • 12.1.3.1

$16=2^4$; $x+1=4$, $x=3$. Yerine koyma: $2^{3+1}=16$.

Puanlama: Ortak taban: 4 p; $x=3$: 5 p; doğrulama: 3 p.

Soru 8 • 12 puan • 12.1.3.1

$x-1>0$, yani $x>1$. $x-1=8$, $x=9$. $9>1$ ve $\log_2 8=3$ olduğundan çözüm kümesi $\{9\}$.

Puanlama: Tanım koşulu: 4 p; çözüm: 5 p; denetim ve küme: 3 p.

Soru 9 • 16 puan • 12.1.3.2

Her gün $3/4$ 'ü kalır: $V(n)=160 \cdot (3/4)^n$, $n=0; 1; 2, \dots$. $V(2)=90$ L. Model sabit oranda kullanım ve ekleme/sızıntı olmaması varsayımına dayanır.

Puanlama: Kalan çarpan: 4 p; model ve n alanı: 5 p; 90 L: 4 p; varsayım: 3 p.

K1 | Yanılgıyı gör

Bu görevler 100 puanlık yazılıya dahil değildir.

Görev 1

B; $2^4=16$. A kökle karıştırma, C yarıya bölme, D girdiyi çıktı sanma, E çarpma yanılgısıdır.

Görev 2

2 ve $1/2$; çarpım 1. $3^2=9$ ve $9^{1/2}=3$.

Görev 3

Yalnız -1 ; $f(-1)=1/4$. 0'da 1, 1'de 4.

K2 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 1-3

Soru 1 • 10 puan • 12.1.1.1

$f(1)=1/2$ olduğundan $a=1/2$. $0<a<1$ olduğu için azalandır. Pozitif tabanın her gerçekte kuvveti pozitiftir; grafik x eksenine ulaşmaz.

Puanlama: $a=1/2$: 3 p; azalma gerekçesi: 3 p; pozitiflik: 4 p.

Soru 2 • 10 puan • 12.1.2.1

$u=5^3=125$. $y=5^x$ üzerinde (3,125), $y=\log_5 x$ üzerinde (125,3) bulunur. Girdi ile çıktı yer değiştirir.

Puanlama: $u=125$: 4 p; iki nokta: 4 p; terslik: 2 p.

Soru 3 • 10 puan • 12.1.2.2

$0,01=10^{-2}$, $\log x=-2$; $\ln(e^{-3})=-3$. Taban 1'den büyükken 0 ile 1 arasındaki girdiler negatif üs gerektirir.

Puanlama: İki değer: 6 p; aralık ve üs açıklaması: 4 p.

K2 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 4-6

Soru 4 • 10 puan • 12.1.2.3

$\log_4(8 \cdot 2) = \log_4 16 = 2$. Taban 4 pozitif ve 1'den farklıdır; her iki argüman pozitiftir.

Puanlama: Çarpım: 4 p; sonuç: 3 p; koşullar: 3 p.

Soru 5 • 10 puan • 12.1.2.3

Doğru ifade $\log_2(48/3) = \log_2 16 = 4$ 'tür. Logaritmaların farkında argümanlar çıkarılmaz; bölünür.

Puanlama: Doğru bölüm: 4 p; sonuç: 3 p; hata açıklaması: 3 p.

Soru 6 • 10 puan • 12.1.2.3

$\log_9 27 = (\log_3 27) / (\log_3 9) = 3/2$. $9^{3/2} = (\sqrt{9})^3 = 27$.

Puanlama: Taban değiştirme: 5 p; $3/2$: 2 p; üstel denetim: 3 p.

K2 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 7–9

Soru 7 • 12 puan • 12.1.3.1

$27=3^3$; $2 \cdot x=3$, $x=3/2$. Değişken gerçekte sayıdır; üstel eşitliklerde üs mutlaka tam sayı değildir.

Puanlama: Ortak taban: 3 p; çözüm: 6 p; gerçekte sayı açıklaması: 3 p.

Soru 8 • 12 puan • 12.1.3.1

$x+2>0 \Rightarrow x>-2$. Taban $3>1$ olduğundan $x+2 \leq 9 \Rightarrow x \leq 7$. Çözüm $(-2,7]$; -2 'de logaritma tanımsız, 7 'de eşitlik sağlanır.

Puanlama: Tanım: 3 p; artanlık ve üst sınır: 5 p; aralık ve uçlar: 4 p.

Soru 9 • 16 puan • 12.1.3.2

$N(t)=300 \cdot 2^{t/2}$, $t \geq 0$. $2400/300=8=2^3$, $t/2=3$ ve $t=6$ saat. Besin/alan sınırlılığı büyümenin aynı oranla sürmesini engelleyebilir.

Puanlama: Zaman ölçeği: 4 p; model: 4 p; 6 saat: 5 p; model sınırı: 3 p.

K2 | Yanılgıyı gör

Bu görevler 100 puanlık yazılıya dahil değildir.

Görev 1

Yanlış; $\log_{1/2} 1=0$, $\log_{1/2} 2=-1$. Girdi artarken çıktı azalır.

Görev 2

$x=-3$; $3^{-3}=1/27$.

Görev 3

0,9; 100'ün 10'u ayrılır,90 kalır.

K3 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 1-3

Soru 1 • 10 puan • 12.1.1.1

f: 1; 2; 4; g: 0; 2; 4. $x=1$ ve 2'de çıktılar aynı olduğundan bu iki ölçüm yeterli değildir; $x=0$ ayırır.

Puanlama: Tablo: 6 p; yetersizlik ve ayıran değer: 4 p.

Soru 2 • 10 puan • 12.1.2.1

$2^k=1/8=2^{-3}$; $k=-3$. Logaritmanın girdisi pozitif olmalıdır; çıktısı negatif olabilir.

Puanlama: Üstel biçim: 4 p; $k=-3$: 3 p; girdi/çıktı ayrımı: 3 p.

Soru 3 • 10 puan • 12.1.2.2

$\log 1=0$ çünkü $10^0=1$; $\ln e=1$ çünkü $e^1=e$. İlk eşitlik yanlış, ikincisi doğrudur.

Puanlama: 10 tabanı ve $\log 1=0$: 5 p; e tabanı ve $\ln e=1$: 5 p.

K3 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 4-6

Soru 4 • 10 puan • 12.1.2.3

Çarpım $6 \cdot 9/2 = 27$ olduğundan ifade $\log_3 27 = 3$. Argümanların ayrı ayrı 3'ün tam sayı kuvveti olması gerekmez; çarpımları öyledir.

Puanlama: Çarpım: 4 p; sonuç: 3 p; gerekçe: 3 p.

Soru 5 • 10 puan • 12.1.2.3

$A = \log_7 49 = 2$. $\log_a u - \log_a v = \log_a (u/v)$, $a > 0$, $a \neq 1$, $u, v > 0$.

Puanlama: Bölüm: 4 p; 2: 3 p; kural ve koşullar: 3 p.

Soru 6 • 10 puan • 12.1.2.3

Pozitif x için üs kuralıyla eşittir. $x=4$ için $\log_2 64 = 6$ ve $3 \cdot 2 = 6$. $x=-4$ 'te gerçekte logaritmler tanımsızdır.

Puanlama: Kural: 4 p; denetim: 3 p; negatif girdi uyarısı: 3 p.

K3 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 7–9

Soru 7 • 12 puan • 12.1.3.1

$25=5^2$; $5>1$ olduğundan üsler aynı yönde karşılaştırılır: $x-1\geq 2 \Rightarrow x\geq 3$. Çözüm $[3, \infty)$.

Puanlama: Ortak taban: 3 p; artanlık: 4 p; çözüm ve aralık: 5 p.

Soru 8 • 12 puan • 12.1.3.1

$2^x > 0 \Rightarrow x > 0$. $2^x = 4^2 = 16$, $x=8$. Çözüm $\{8\}$; tanım koşuluna uygundur.

Puanlama: Tanım: 4 p; üstel dönüşüm: 4 p; sonuç ve kontrol: 4 p.

Soru 9 • 16 puan • 12.1.3.2

$D(n)=640\cdot(1/2)^n$; n negatif olmayan tam sayıdır. $40/640=1/16=(1/2)^4$, $n=4$. Tamamlanan aktarım sayısı kesirli olmaz.

Puanlama: Çarpan: 4 p; model: 4 p; $n=4$: 5 p; alan: 3 p.

K3 | Yanılgıyı gör

Bu görevler 100 puanlık yazılıya dahil değildir.

Görev 1

D; taban pozitif ve 1'den farklı, argüman pozitif. Değeri -2 'dir. A/C argüman, B/E taban koşulunu ihlal eder.

Görev 2

$\ln 1=0$; $e^0=1$.

Görev 3

50; çarpan 3; 450 birim.

01 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 1-3

Soru 1 • 10 puan • 12.1.1.1

$a^{-1}=4 \Rightarrow a=1/4$. $f(-2)=16$, $f(0)=1$, $f(1)=1/4$. $f(-2)>f(0)>f(1)$; $0<a<1$ olduğundan azalan.

Puanlama: a: 3 p; üç değer/sıra: 4 p; azalma: 3 p.

Soru 2 • 10 puan • 12.1.2.1

$y=2^{x-1} \Rightarrow \log_2 y = x-1 \Rightarrow x=1+\log_2 y$. $y=8$ için $x=4$ ve $2^{4-1}=8$.

Puanlama: Üstel-log ilişkisi: 4 p; ters bağıntı: 3 p; denetim: 3 p.

Soru 3 • 10 puan • 12.1.2.2

$S=10 \cdot 2=20$. Yeni oran 1000 için $S=30$; artış 10 birimdir. Logaritmik ölçeğin sabit farkı, girdi oranında sabit çarpana karşılık gelir.

Puanlama: 20: 3 p; 30 ve 10 artış: 4 p; ölçek açıklaması: 3 p.

01 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 4-6

Soru 4 • 10 puan • 12.1.2.3

$$72=2^3 \cdot 3^2; \log_2 72=3+2 \log_2 3=3+2 \text{ p.}$$

Puanlama: Çarpanlara ayırma: 4 p; çarpım/üs kuralları: 4 p; sonuç: 2 p.

Soru 5 • 10 puan • 12.1.2.3

$x^2-9=(x-3)(x+3)$, bölüm $x+3$; sonuç $\log_5(x+3)$. İlk ifade $x>3$ gerektirir. Sadeleşme, ilk ifadenin tanımlı olmadığı x 'leri kendiliğinden eklemes.

Puanlama: Çarpanlara ayırma/bölüm: 4 p; sonuç: 2 p; alanın korunması: 4 p.

Soru 6 • 10 puan • 12.1.2.3

$$a \cdot b = (\ln 5 / \ln 2)(\ln 7 / \ln 5) = \ln 7 / \ln 2 = \log_2 7. \text{ Sonuç } ab.$$

Puanlama: Taban değiştirme: 4 p; sadeleşme: 4 p; ab: 2 p.

01 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 7–9

Soru 7 • 12 puan • 12.1.3.1

$u=2^x > 0$ alınır, $u^2 - 5u + 4 = (u-1)(u-4) = 0$. $u=1$ veya 4 ; $x=0$ veya 2 . İki u da pozitifdir.

Puanlama: Dönüşüm ve pozitiflik: 4 p; çarpanlar: 4 p; x çözümleri: 4 p.

Soru 8 • 12 puan • 12.1.3.1

$x > 1$. $0 < 1/2 < 1$ olduğundan fonksiyon azalan; $x-1 < (1/2)^{-2} = 4$, $x < 5$. Çözüm $(1,5)$. Öğrenci eşitsizlik yönünü çevirmemiştir.

Puanlama: Tanım: 3 p; yön ve sınır: 5 p; aralık/hata: 4 p.

Soru 9 • 16 puan • 12.1.3.2

$N_A = 100 \cdot 2^t$, $N_B = 100 \cdot 3^{t/2} = 100 \cdot (\sqrt{3})^t$. $2 > \sqrt{3}$ ve $t > 0$ olduğundan $N_A > N_B$. İkisi $t=0$ 'da eşittir. Modeller sabit büyüme varsayımı taşır.

Puanlama: İki model: 6 p; ortak zaman tabanı: 4 p; tüm $t > 0$ karşılaştırması: 6 p.

O1 | Yanılgıyı gör

Bu görevler 100 puanlık yazılıya dahil değildir.

Görev 1

B-D-C-A; D koşulu çözümden önce kaydedilir. $x=3$ uygundur, $\log_2 4=2$. Koşulu başa yazan D-B-C-A sırası da kabul edilir.

Görev 2

$\log_5 25=2$; x çarpanları bölümde sadeleşir.

Görev 3

$t=\log_2 7$; $2^2 < 7 < 2^3$ olduğundan $2 < t < 3$.

02 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 1-3

Soru 1 • 10 puan • 12.1.1.1

$h(x)=f(x-1)$: sağa 1 birim ötelenir. $h(x)/f(x)=2^{-1}=1/2$; aynı x 'te değerler yarılanır. Üstel yapı nedeniyle iki dönüşüm aynı grafiği verir.

Puanlama: Öteleme: 4 p; oran: 4 p; tutarlılık: 2 p.

Soru 2 • 10 puan • 12.1.2.1

$x-2=3^y$, $x=2+3^y$. İlkinde $x>2$; ters işlemin çıktıları da $(2, \infty)$ olur. y herhangi bir gerçel sayıdır.

Puanlama: Ters bağıntı: 5 p; $x>2$: 3 p; aralık ilişkisi: 2 p.

Soru 3 • 10 puan • 12.1.2.2

$p=4$. Yeni $c=10^{-2}$, $p=2$. Gösterge 2 azalır; baştaki eksi işareti artışın yönünü tersine çevirir.

Puanlama: Başlangıç: 3 p; yeni değer: 4 p; azalma gerekçesi: 3 p.

02 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 4-6

Soru 4 • 10 puan • 12.1.2.3

$$32/9=2^5/3^2. \log_3(32/9)=5 \log_3 2 - 2 = 5a - 2.$$

Puanlama: Üslü ayırıştırma: 4 p; bölüm ve üs kuralları: 4 p; sonuç: 2 p.

Soru 5 • 10 puan • 12.1.2.3

$x=-2$ 'de sol taraf $\ln 4$ tanımlıdır, sağ tarafta $\ln(-2)$ gerçekte sayılarda tanımsızdır. Yazılan eşitliğin ortak alanı $x>0$ 'dır. $x \neq 0$ için doğru genel ifade $\ln(x^2)=2 \ln|x|$ olur.

Puanlama: Karşı örnek: 4 p; ortak alan $x>0$: 4 p; gerekçeli sonuç: 2 p. Mutlak değerli genel ifade zorunlu değil.

Soru 6 • 10 puan • 12.1.2.3

$\log_6 12 = \log_2 12 / \log_2 6 = (2+a)/(1+a)$. Aynı taban, taban değiştirme özdeşliğinin iki ölçümü aynı ölçeğe taşınmasını sağlar.

Puanlama: Taban değiştirme: 4 p; pay/payda: 4 p; sonuç ve tutarlılık: 2 p.

02 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 7–9

Soru 7 • 12 puan • 12.1.3.1

$u=3^x > 0$; $u^2 - 4u - 5 = (u-5)(u+1) = 0$. $u = -1$ elenir, $u = 5 \Rightarrow x = \log_3 5$.

Puanlama: Dönüşüm: 3 p; iki u kökü: 3 p; negatifin elenmesi: 3 p; x : 3 p.

Soru 8 • 12 puan • 12.1.3.1

$x > 3$. $(x-1)(x-3) = 8 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 = 0 \Rightarrow x = 5$ veya -1 . Yalnız 5 uygundur; $\log_2 4 + \log_2 2 = 3$.

Puanlama: Tanım: 3 p; dönüşüm: 3 p; kökler: 3 p; eleme/doğrulama: 3 p.

Soru 9 • 16 puan • 12.1.3.2

$M(0) = 80$ mg, $M(3) = 40$ mg; yarılanma süresi 3 saattir. $(1/2)^{t/3} \leq 1/8 \Rightarrow t/3 \geq 3 \Rightarrow t \geq 9$; ilk 9 saat. Tek ideal model kişisel tıbbi doz önerisi sağlamaz.

Puanlama: İki yorum: 4 p; eşitsizlik modeli: 4 p; yön ve $t=9$: 5 p; model sınırı: 3 p.

O2 | Yanılgıyı gör

Bu görevler 100 puanlık yazılıya dahil değildir.

Görev 1

B; tabanları 2 yapınca $3/2$. A taban değıştirme kesrini ters çevirme; C kökü yalnız bir kez alma; D $\log_2 8$ 'i taban 4 sanma; E tabanı sonuç sayma.

Görev 2

Başlangıçtaki $x-1>0$ ve $x+1>0$ birlikte $x>1$. Son ifade tek başına daha geniş alanlı olsa da eşitlik ilk alanda geçerlidir.

Görev 3

Hayır; 2 saatte üçtebirine, 20'ye iner. "Yarılanma" için çarpan $1/2$ gerekirdi.

03 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 1-3

Soru 1 • 10 puan • 12.1.1.1

10 ekleyen model 5; 15; 25 verir; üçüncü veriyle çelişir. 3 ile çarpan model 5; 15; 45 verir; $N(t)=5 \cdot 3^t$. İki nokta modeli tek başına doğrulamaya yetmez.

Puanlama: İki modelin kontrolü: 4 p; $N(t)$: 3 p; üçüncü verinin işlevi: 3 p.

Soru 2 • 10 puan • 12.1.2.1

$f(g(7))=7$; $7>0$ olduğu için $g(7)$ tanımlıdır. $g(f(-2))=-2$; $f(-2)=1/25>0$, dolayısıyla g 'ye girebilir. Fonksiyonlar birbirinin tersidir.

Puanlama: Değerler: 4 p; iki tanım gerekçesi: 4 p; terslik: 2 p.

Soru 3 • 10 puan • 12.1.2.2

$\log 100=2$; $\ln 100=2 \ln 10 \approx 4,606$. Tabanlar farklı olduğu için sonuçlar farklıdır.

Puanlama: Tam değer: 3 p; $\ln$ ifadesi: 4 p; karşılaştırma ve taban: 3 p.

03 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 4-6

Soru 4 • 10 puan • 12.1.2.3

$$250=2 \cdot 5^3; \log_5 250 = \log_5 2 + 3 = a + 3.$$

Puanlama: Çarpanlara ayırma: 4 p; log kuralları: 4 p; sonuç: 2 p.

Soru 5 • 10 puan • 12.1.2.3

$$A = \log_4 16 + 2 \log_4 x - 2 \log_4 x = 2. \text{ Başlangıç ifadesi } x=0 \text{ da } \log_4 0 \text{ içerir; tanımsızdır.}$$

Puanlama: Açılım: 4 p; sadeleşme ve 2: 3 p; tanım uyarısı: 3 p.

Soru 6 • 10 puan • 12.1.2.3

$$\text{Ortak tabana çevirince } (\ln 3 / \ln 2)(\ln 5 / \ln 3)(\ln 8 / \ln 5) = \ln 8 / \ln 2 = \log_2 8 = 3.$$

Puanlama: Ortak taban: 4 p; sadeleşme: 4 p; 3: 2 p.

03 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 7–9

Soru 7 • 12 puan • 12.1.3.1

$8=2^3$; $x+2=3$ $x-3 \Rightarrow x=5/2$. Tabanlar aynı değilken $x+2=x-1$ yazılamaz.

Puanlama: Ortak taban: 4 p; çözüm: 5 p; hata açıklaması: 3 p.

Soru 8 • 12 puan • 12.1.3.1

$x > 1$. $\log_3[(x+1)/(x-1)] \geq 1 \Rightarrow (x+1)/(x-1) \geq 3$. $x-1 > 0$ olduğu için yön korunur: $x+1 \geq 3$ $x-3 \Rightarrow x \leq 2$. Çözüm $(1,2]$.

Puanlama: Tanım: 3 p; logdan çıkış: 3 p; payda işareti ve çözüm: 4 p; aralık: 2 p.

Soru 9 • 16 puan • 12.1.3.2

$12 a^2=3 \Rightarrow a^2=1/4$ ve $a=1/2$. $H(t)=12 \cdot (1/2)^t$. $1,5/12=1/8$, $t=3$ saat. İki ölçüm, seçilen üstel modelin parametresini verir; başka koşullarda geçerliliği ek veriyle sınanır.

Puanlama: a: 4 p; model: 4 p; 3 saat: 5 p; kanıt sınırı: 3 p.

O3 | Yanılgıyı gör

Bu görevler 100 puanlık yazılıya dahil değildir.

Görev 1

Sol 1, sağ 0; öneri yanlış. $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$; $a > 0$, $a \neq 1$, $x, y > 0$.

Görev 2

$\log_2 14 / \log_2 7 = (1+p)/p$.

Görev 3

$1 = 2^0$; $2 > 1$ olduğundan $x < 0$.

Z1 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 1-3

Soru 1 • 10 puan • 12.1.1.1

$u=a^2>0 \Rightarrow u+1/u=17/4 \Rightarrow 4u^2-17u+4=0 \Rightarrow u=4$ veya $1/4$. Artanlık $a>1$ gerektirir, $a=2$ seçilir; $a=1/2$ azalan olur.

Puanlama: Dönüşüm: 3 p; u kökleri: 3 p; a adayları ve artanlık: 4 p.

Soru 2 • 10 puan • 12.1.2.1

$\log_2(4^x)=\log_2(2^{2x})=2x$. Son işlem 2'ye bölme olmalıdır. A çıktısı daima pozitifdir, dolayısıyla B her gerçek x için uygulanabilir.

Puanlama: Bileşim: 5 p; son işlem: 3 p; tanım kontrolü: 2 p.

Soru 3 • 10 puan • 12.1.2.2

$B=(\ln 10)A$. A'nın 2 artması r'nin $10^2=100$ katına çıkmasıdır. B, 2 $\ln 10$ artar.

Puanlama: Dönüşüm: 4 p; 100 kat: 3 p; 2 $\ln 10$: 3 p.

Z1 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 4-6

Soru 4 • 10 puan • 12.1.2.3

$\log_{12} 18 = (1+2p)/(2+p)$. $p > 1$ çünkü $3 > 2$; pay-payda= $p-1 > 0$ ve payda > 0 , dolayısıyla oran > 1 .

Puanlama: Taban değiştirme/açılım: 5 p; $p > 1$: 2 p; oran karşılaştırması: 3 p.

Soru 5 • 10 puan • 12.1.2.3

$F(x) = \log_2(x+2)$, ancak alan $x > 2$ olarak kalır. $x=1$ 'de ilk iki argüman -3 ve -1 olduğundan logaritmalar tanımsızdır; sadeleşmiş ifade farklı, daha geniş alanlı uzantı olur.

Puanlama: Çarpanlar/sadeleşme: 4 p; alan: 3 p; $x=1$ 'de iki negatif girdi: 3 p.

Soru 6 • 10 puan • 12.1.2.3

Çarpım $= (\ln 2 / \ln a)(3 \ln a / \ln 2) = 3$. $a < 1$ iken $\ln a < 0$; iki logaritma da negatiftir, çarpımları pozitiftir.

Puanlama: Taban değiştirme: 4 p; sadeleşme: 3 p; işaret analizi: 3 p.

Z1 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 7–9

Soru 7 • 12 puan • 12.1.3.1

$u=2^x > 0$; $(u-1)(u-4) \leq 0 \Rightarrow 1 \leq u \leq 4$. 2^x artan olduğundan $0 \leq x \leq 2$. Çözüm $[0, 2]$.

Puanlama: Dönüşüm: 3 p; u aralığı: 4 p; artanlık/x aralığı: 5 p.

Soru 8 • 12 puan • 12.1.3.1

$1 < x < 9$. $2 \log_2(x-1) = \log_2(9-x) \Rightarrow (x-1)^2 = 9-x \Rightarrow x^2 - x - 8 = 0$. Adaylar $(1 \pm \sqrt{33})/2$; yalnız $(1 + \sqrt{33})/2$ uygundur. Pozitif argümanlar ve $(x-1)^2 = 9-x$ eşitliği özgün log eşitliğini sağlar.

Puanlama: Tanım: 3 p; taban dönüşümü: 3 p; kökler: 3 p; eleme/denetim: 3 p.

Soru 9 • 16 puan • 12.1.3.2

$A(t) = 80 \cdot (1/2)^t$, $B(t) = 20 \cdot (3/4)^t$. $A/B = 4 \cdot (2/3)^t$. Eşitlik $t^* = \log_{3/2} 4$. Oran azaldığı için $0 \leq t < t^*$ iken B daha düşük; $t > t^*$ iken A daha düşük. Başlangıç miktarları farklı olduğu için yalnız azalma oranıyla karar verilmez.

Puanlama: Modeller: 4 p; oran ve eşitlik: 5 p; t^* : 3 p; önce/sonra yorum: 4 p.

Z1 | Yanılgıyı gör

Bu görevler 100 puanlık yazılıya dahil değildir.

Görev 1

$u = \log_2 x$; $u^2 = 2$ $u \Rightarrow u = 0$ veya 2; $x = 1$ veya 4. Yalnız bu iki girdide sağlanır. Örneğin $x = 2$ 'de $1 \neq 2$.

Görev 2

$x > -2$; sağ 2; $x + 2 = 4 \Rightarrow x = 2$.

Görev 3

$2^t = 3$; $t = \log_2 3$; $1 < t < 2$.

Z2 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 1-3

Soru 1 • 10 puan • 12.1.1.1

$0 < m-1 < 1 \Rightarrow 1 < m < 2$. $m=1$ tabanı 0 yapar, bütün gerçekte x 'lerde tanımlı değildir; $m=2$ sabit 1 fonksiyonu verir; $m=3$ tabanı 2 olduğu için artandır.

Puanlama: Aralık: 4 p; üç özel durum: 6 p.

Soru 2 • 10 puan • 12.1.2.1

$a^3=8$ ve $a>0 \Rightarrow a=2$. $g(1/4)=-2$. $f(g(5)+1)=2^{\log_2 5+1}=10$.

Puanlama: a : 3 p; -2 : 3 p; 10 ve terslik: 4 p.

Soru 3 • 10 puan • 12.1.2.2

$\ln x = (\ln 10) \log x$ olduğundan $(\ln 10 - 1) \log x = 0$. Katsayı sıfır değil, $\log x = 0 \Rightarrow x = 1$. Her iki ölçekte 1'in logaritması 0 dır.

Puanlama: Taban dönüşümü: 4 p; $x=1$: 4 p; ortak sıfır açıklaması: 2 p.

Z2 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 4-6

Soru 4 • 10 puan • 12.1.2.3

$\log_{10}8=3/(1+p)$. $5>4 \Rightarrow p>2 \Rightarrow 1+p>3$; oran <1 . Ayrıca $8<10$ ve 10 tabanında logaritma artandır.

Puanlama: İfade: 5 p; $p>2$ ile karşılaştırma: 3 p; doğrudan gerekçe: 2 p.

Soru 5 • 10 puan • 12.1.2.3

$xy=3^4=81$, $x/y=3^2=9$. $x^2=729$; $x>0$ nedeniyle $x=27$, $y=3$.

Puanlama: Çarpım/bölüm: 4 p; $x=27$: 3 p; $y=3$ /pozitiflik: 3 p.

Soru 6 • 10 puan • 12.1.2.3

$uv=\log_24=2$. $3>2$ ve $4>3$ olduğundan $u>1$, $v>1$, dolayısıyla $u+v>2$. İddia yanlıştır.

Puanlama: Çarpım: 5 p; iki karşılaştırma: 3 p; karşı sonuç: 2 p.

Z2 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 7–9

Soru 7 • 12 puan • 12.1.3.1

$u=2^x > 0$; $(u-2)(u-4) > 0 \Rightarrow u < 2$ veya $u > 4$. Pozitiflikle $0 < u < 2$ veya $u > 4$. Böylece $x < 1$ veya $x > 2$; çözüm $(-\infty, 1) \cup (2, \infty)$. $u \leq 0$ mümkün değildir.

Puanlama: Dönüşüm: 3 p; işaret aralıkları: 4 p; x kümeleri: 3 p; $u \leq 0$ eleme: 2 p.

Soru 8 • 12 puan • 12.1.3.1

$2 < x < 8$. Taban 1/3 olduğu için azalan; $x-2 \geq 8-x \Rightarrow x \geq 5$. Tanımla kesişim $[5, 8)$.

Puanlama: Tanım: 3 p; azalma ve yön: 4 p; çözüm/kesişim: 5 p.

Soru 9 • 16 puan • 12.1.3.2

$N(n) = 1000 \cdot (0,2)^n$. $N \leq 2 \Rightarrow 5^n \geq 500 \Rightarrow n \geq \log_5 500$. $5^3 = 125 < 500 < 625 = 5^4$; en az 4 geçiş. $N(3) = 8$, $N(4) = 1,6$. 1,6 ortalama model değeridir; tek denemede ki parçacık sayısı kesirli değildir.

Puanlama: Model: 4 p; logeşitsizlik: 4 p; en az 4 ve sinama: 5 p; ortalama yorumu: 3 p.

Z2 | Yanılgıyı gör

Bu görevler 100 puanlık yazılıya dahil değildir.

Görev 1

B; $x > 1$ ve $0 < x - 1 < 1 \Rightarrow x < 2$. A alanı, C tanımsız/eşit uçları, D artanlık yönünü, E ötelenmiş argümanı göz ardı eder.

Görev 2

$a > 1$ için ilk daha küçük; $0 < a < 1$ için ilk daha büyük. Artanlık/azalanlık değişir.

Görev 3

Toplam $\log 1 - 1 = 0$ fakat $x + y = 2,5$. Doğru ilişki $xy = 1$; $x, y > 0$.

Z3 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 1-3

Soru 1 • 10 puan • 12.1.1.1

Artan sıralama $a > 1$ 'i gösterir. $a^2 = 9$, pozitif taban koşuluyla $a = 3$. Negatif taban tüm gerçekte gerçekte değerli üstel fonksiyon tanımlamaz; örneğin $x = 1/2$ 'de sorun vardır.

Puanlama: Artanlık: 3 p; $a = 3$: 3 p; negatif taban karşı örneği: 4 p.

Soru 2 • 10 puan • 12.1.2.1

$\log_3 y = 2x + 1 \Rightarrow D(y) = (\log_3 y - 1)/2$. $D(E(x)) = [(2x + 1) - 1]/2 = x$. E'nin çıktısı pozitif olduğu için D uygulanabilir.

Puanlama: Ters bağıntı: 5 p; bileşim doğrulaması: 3 p; alan: 2 p.

Soru 3 • 10 puan • 12.1.2.2

$\ln x = (\ln 10)^k = 3k$; $(\ln 10 - 3)k = 0 \Rightarrow k = 0 \Rightarrow x = 1$. Her x için $\ln x = 3 \log x$ sanmak yanlıştır; katsayı tam olarak $\ln 10$ 'dur.

Puanlama: Dönüşüm: 4 p; $k = 0/x = 1$: 4 p; yanlış genelleme: 2 p.

Z3 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 4-6

Soru 4 • 10 puan • 12.1.2.3

$\log_{18}24=(3+a)/(1+2a)$. $3<4 \Rightarrow a<2$; pay-payda= $2-a>0$. Ayrıca $24>18$ ve taban $18>1$ olduğu için sonuç >1 .

Puanlama: İfade: 5 p; cebirsel kontrol: 3 p; doğrudan kontrol: 2 p.

Soru 5 • 10 puan • 12.1.2.3

$G(x)=\log_2[x \cdot 16/x]=\log_2 16=4$. x arttığında $16/x$ ters yönde değişir; çarpımları 16 kalır. $x>0$ koşulu her iki argümanı da pozitif yapar.

Puanlama: Çarpım/sadeleşme: 4 p; 4: 2 p; karşılıklı değişim ve alan: 4 p.

Soru 6 • 10 puan • 12.1.2.3

Taban değiştirmeyeyle $(\ln b/\ln a)(\ln a/\ln b)=1$. a veya $b=1$ olursa ilgili taban geçersizdir ve $\ln 1=0$ paydası ortaya çıkar. Koşullar özdeşliğin parçasıdır.

Puanlama: Taban değiştirme: 4 p; sadeleşme: 3 p; 1 tabanı yasağı: 3 p.

Z3 | Gerekçe ve kısmi puan

Ana sınav • sorular 7–9

Soru 7 • 12 puan • 12.1.3.1

$u=3^x > 0$; $u+1/u=10/3 \Rightarrow 3u^2-10u+3=0 \Rightarrow u=3$ veya $1/3$. $x=1$ veya -1 . $x \rightarrow -x$ değişimi iki toplam teriminin yerini değiştirir; eşitlik korunur.

Puanlama: Dönüşüm: 3 p; u kökleri: 3 p; x kökleri: 3 p; simetri: 3 p.

Soru 8 • 12 puan • 12.1.3.1

$2 < x < 6$. $\log_2[(x-2)(6-x)] \geq 0 \Rightarrow (x-2)(6-x) \geq 1$. $-x^2+8x-12 \geq 1 \Rightarrow (x-4)^2 \leq 3$. Çözüm $[4-\sqrt{3}, 4+\sqrt{3}]$; bu aralık $(2,6)$ içindedir.

Puanlama: Tanım: 3 p; logdan çıkış: 3 p; kare tamamlama/aralık: 4 p; tanımla kesişim: 2 p.

Soru 9 • 16 puan • 12.1.3.2

Ekleme öncesi $120 \cdot 0,8^2 = 76,8$; sonrası 106,8. $t \geq 2$ için $N(t) = 106,8 \cdot 0,8^{t-2}$. $N < 50 \Rightarrow t-2 > 3,40 \Rightarrow t > 5,40$; ilk tam saat 6. $t=5$ 'te 54,6816; $t=6$ 'da 43,74528. Tek başlangıçlı model yağmur eklemesini atlar.

Puanlama: Ekleme sonrası: 4 p; parça modeli: 4 p; eşitsizlik/ $t=6$: 5 p; komşu saat doğrulaması: 3 p.

Z3 | Yanılgıyı gör

Bu görevler 100 puanlık yazılıya dahil değildir.

Görev 1

Örneğinx=-1 için $2^{-1}=1/2>0$. Değer kümesi $(0, \infty)$, 0'a ulaşmaz. Çıktının pozitifliği girdinin pozitifliğini gerektirmez.

Görev 2

Bütün $x>0$ için; $\log_9x=\log_3x/2$. Bir denklem gibi tek kök aramak gereksizdir.

Görev 3

Kalan oran $0,8^3=0,512=\%51,2$. Yüzdelere mevcut miktara uygulandığından $3\cdot 20$ çıkarılamaz.

Öğretimden uygulamaya

Konu modülleri T1-T2

T1 • Üstel fonksiyonun yapısı

Sıra sende: $N(t)=8 \cdot (1/2)^t$, sonraki değer 1. Sabit oran $1/2$.

Çalışma 1: Oran $1/3$; $a=1/3$; $N(3)=2/3$.

Çalışma 2: $a=5$, $f(-1)=1/5$. $a=-5$ gerçekte sayılarda tanımlı üstel fonksiyon tabanı olamaz.

Çalışma 3: $3^0=1$; nokta(0,1). Çıktı her zaman pozitif olduğundan x eksenini kesmez.

T2 • Logaritma ve terslik

Sıra sende: $u=1/3$; üstel nokta(-1,1/3), logaritmik nokta(1/3, -1).

Çalışma 1: $5^k=1/25=5^{-2}$; $k=-2$.

Çalışma 2: $y=\log_2 x$; nokta(1/8, -3); tanım kümesi(0, ∞).

Çalışma 3: $x-2=\log_4(1/4)=-1$; $x=1$.

Öğretimden uygulamaya

Konu modülleri T3-T4

T3 • 10 ve e tabanında logaritma

Sıra sende: -4 ve -1 ; gösterge 3 artar.

Çalışma 1: 10^{-5} ; logdeğeri -5 . $\ln(e^{-5}) = -5$, fakat girdiler ve tabanlar farklıdır.

Çalışma 2: $A = \log 100 = 2$; aynı çarpanı bölümde sadeleşir.

Çalışma 3: $\ln(e^3) = 3$; logaritma sayıyı e ile çarpmaz, e 'nin üssünü geri verir.

T4 • Logaritma özellikleri ve tanım koşulu

Sıra sende: $108 = 4 \cdot 27 \Rightarrow 2p + 3$. İkinci ifade $x > 1$ için $\log_2(x+1)$; alan $x > 1$ kalır.

Çalışma 1: İç bölüm 8, $\log_2 8 = 3$. $\log_2 40 - \log_2 5 = (3 + \log_2 5) - \log_2 5 = 3$.

Çalışma 2: $196 = 4 \cdot 49 = 2^2 \cdot 7^2$; sonuç $2p + 2$.

Çalışma 3: $x^2 - 4 > 0$ ve $x + 2 > 0$ birlikte $x > 2$ verir. Sağ taraf da $x > 2$ gerektirir; bu örnekte alanlar aynıdır. Alan her örnekte ayrıca kontrol edilir.

Öğretimden uygulamaya

Konu modülleri T5-T6

T5 • Üstel ve logaritmik denklem / eşitsizlik

Sıra sende: İlk: $x > 2$, $x - 2 = 4 \Rightarrow x = 6$. İkinci: $3^x \leq 3^{-2} \Rightarrow x \leq -2$.

Çalışma 1: $u^2 - 7u + 6 = (u - 1)(u - 6) = 0$; $u = 1, 6$ pozitif; $x = 0$ ve $\log_2 6$.

Çalışma 2: $x > -3$. Azalanlık nedeniyle $x + 3 > 2 \Rightarrow x > -1$; sonuç $(-1, \infty)$.

Çalışma 3: Tanım $x > 4$. $x(x - 4) = 32 \Rightarrow x = 8$ ve -4 ; yalnız 8 uygundur.

T6 • Bağlamdan modele ve modelin sınırına

Sıra sende: $D(n) = 250 \cdot 0,4^n$. $D(2) = 40$ MB; $D(3) = 16$, $D(4) = 6,4$. İlk 4 geçiş.

Çalışma 1: $N(t) = 150 \cdot 3^{t/4}$; $N(8) = 1350$.

Çalışma 2: $V(n) = 200 \cdot 0,7^n$; $V(2) = 98$ mL. İlk işlem 60, ikincisi 42 mL ayırır; sabit 60 çıkarma doğrusal olur.

Çalışma 3: $500 \cdot 2^{-n} < 50 \Rightarrow 2^n > 10$. $n = 3$ için 62,5; $n = 4$ için 31,25; ilk 4 saat.